Índice de Gini modificado para medir la desigualdad de estudios en la población

FERNANDO HOLGUÍN QUIÑONES

Cuando se distribuye un bien en una población puede hacerse de muy diversas maneras que van desde la igualdad concebida como un ideal hasta la máxima desigualdad posible.

La Curva de Lorenz se emplea para obtener una representación gráfica de la distribución, y el Indice de Gini para mostrar, mediante un número puro (no afectado por la naturaleza de las unidades originales), la magnitud de la desigualdad.

El gráfico y el índice han dado a conocer su utilidad para estudiar la distribución de los ingresos, de la tierra cultivable, de los predios urbanos, de las empresas, concentración urbana, para no citar sino algunas de las aplicaciones más usuales.*

Para representar la Curva de Lorenz se obtienen, por una parte, los porcentajes acumulados de los estratos de la población, y por otra, los porcentajes acumulados del valor agregado que le corresponde a cada estrato de la población.

Los porcentajes acumulados pueden ser representados en una gráfica en que el eje horizontal tiene una escala horizontal graduada de 0 a 100 %, en la cual se localizan los porcentajes acumulados de la población, y un eje vertical con una escala de 0 a 100 %, en la que se localizan los porcentajes acumulados del bien que se distribuye.

Si la distribución es equitativa, las coordenadas se alinearán en la diagonal de la gráfica, al no haber equidad en la distribución, las coordenadas se apartarán de la diagonal tanto más cuanto mayor sea la desigualdad existente.

La zona delimitada por el ángulo inferior derecho y la diagonal constituye el área total. La Curva de Lorenz, al ocupar una parte de

*Véase Holguín Quiñones, Fernando, *Estadística descriptiva* (Aplicada a las Ciencias Sociales), UNAM, 1970, México, pp. 183 a 195.

dicha área, permite medir el grado de desigualdad al dividir el área limitada por la diagonal y la curva entre el área total, es decir,

$$IG = \frac{\text{área entre la diagonal y la curva}}{\text{área total}}$$

Si la distribución fuera equitativa, la gráfica coincidiría con la diagonal y el área sería igual a cero, con lo que el Indice de Gini resultaría también cero, es decir, máxima igualdad. En tanto se aleje la curva de la diagonal el área será mayor y, por tanto, el Indice de Gini se incrementará hasta llegar a uno cuando la desigualdad sea máxima.

$$O \leq IG \leq 1$$

Veamos ahora de qué manera podemos emplear la Curva de Lorenz, para mostrar gráficamente la desigualdad en la distribución de años de estudio terminados y aprobados por la población, adecuando el análisis a la presentación que de estos datos hace el Censo de Población de México para el año de 1960, en el que se registran los años de educación terminados y aprobados de O a "18 y más", para la población de hombres y mujeres del país y por entidades federativas. Sin embargo, los años de educación se indican para cuatro grupos de edades:

Población con edades de 6 años
Población con edades de 7 a 14 años
Población con edades de 15 a 29 años
Población con edades de 30 años o más

La aplicación de la Curva de Lorenz y del Indice de Gini, para determinar la magnitud de la desigualdad, no ofrece problemas en la forma usual cuando la aplicamos a la población de 30 y más años, ya que prácticamente todos tienen una edad en que o bien han concluido su educación formal o bien pudieron haberla terminado si tuvieran la oportunidad, la capacidad y el deseo de hacerlo. Por lo mismo, el promedio de años de educación de este grupo de edades no ofrece problemas en su interpretación, ya que puede considerársele como el valor por unidad de población.

Como veremos más adelante estos supuestos no pueden ser válidos en otros grupos de edades.

La educación formal que se imparte en México comprende a grandes rasgos los siguientes ciclos básicos:

6 años de educación primaria
3 años de educación media
3 años de educación media superior
5 años de educación superior

La población de México generalmente inicia el primer ciclo (educación primaria) cuando ha cumplido 6 años de edad; por lo tanto, si no hay retrasos puede concluir los ciclos a las edades de

12 años, la educación primaria
15 años, la educación media
18 años, la educación media superior, y
23 años, la educación superior

La gráfica de la Curva de Lorenz y el cálculo del Indice de Gini pueden efectuarse por los procedimientos usuales en los siguientes casos:

i) Analizar únicamente el último estrato de edades, es decir, de 30 y más años. En este caso puede considerarse válido el supuesto que la población de 30 años y más ha sobrepasado las edades en que pudo haber cursado todos los niveles de educación, es decir, los 17 años que se requieren para hacerlo, a la edad de 23 años cumplidos. Además, aún queda un margen de edades de 7 años (de 24 a 30 años de edad), con lo cual incluso la población que se retrasó en sus estudios tendría la posibilidad de cursar el ciclo completo. Es conocido el hecho de que algunos elementos de la población mayores de 30 años cursan todavía estudios en los diversos niveles de educación, pero estos volúmenes no tienen importancia cuantitativa en el análisis propuesto.

Lo anterior nos permite considerar apropiadamente, para este grupo de edades, a la diagonal de la Gráfica de Lorenz como la línea que indicaría la igualdad perfecta, por ejemplo: el 10% de la población con el 10% de la educación; el 20% de la población con el 20% de la educación, etcétera.

La distribución observada o real que proporcionan los censos de México nos permite representarla como una Curva de Lorenz.

A continuación presentamos los datos del VIII Censo General de Población de México, para la población mayor de 30 años con cero a 18 años de estudio.

CUADRO 1
AÑOS DE ESTUDIO TERMINADOS Y APROBADOS POR LA POBLACION DE MEXICO CON EDADES DE 30 Y MAS AÑOS (1960)
(Miles de personas)

Años de estudio	*Población*	*Años de Estudio del grupo*	*% Simples Pobl.*	*% Simples Años estudio*	*%Acumulados Pobl.*	*%Acumulados Años estudio*
0	4,765	0,000	45.7	00.0	45.7	00.0
1	540	,540	5.2	2.2	50.9	2.2
2	1,255	2,510	12.0	10.2	62.9	12.4
3	1,140	3,420	10.9	13.9	73.8	26.3
4	718	2,872	6.9	11.7	80.7	38.0
5	277	1,385	2.6	5.6	83.3	43.6
6	1,079	6,474	10.4	26.4	93.7	70.0
7	40	280	0.4	1.1	94.1	71.1
8	94	752	0.9	3.1	95.0	74.2
9	160	1,440	1.5	5.9	96.5	80.1
10	39	390	0.4	1.6	96.9	81.7
11	53	583	0.5	2.4	97.4	84.1
12	66	792	0.6	3.2	98.0	87.3
13	18	234	0.2	0.9	98.2	88.2
14	21	294	0.2	1.2	98.4	89.4
15	34	510	0.3	2.1	98.7	91.5
16	61	976	0.6	4.0	99.3	95.5
17	25	425	0.2	1.7	99.5	97.2
18*	37	666	0.4	2.7	99.9	99.9
	10,422	24,543	99.6	99.9		

*Para facilitar los cálculos se consideran como 18 años. En realidad corresponden a 18 y más años.
Fuente: VIII Censo General de Población, Secretaría de Industria y Comercio, Dirección General de Estadística.

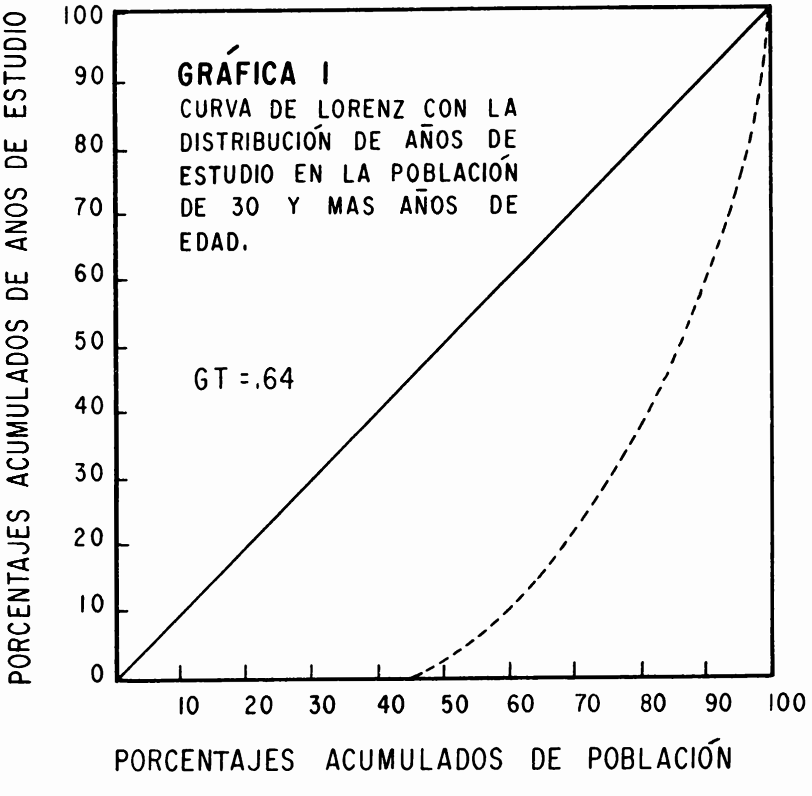
ii) Si analizáramos la concentración de los años de estudio en la población de 15 a 29 años, seguramente no podríamos hacerlo de manera igual que en el grupo de edades de 30 y más años, ya que no todos los habitantes de 15 a 29 años habrían tenido la posibilidad de cursar todos los niveles de educación. Esta posibilidad únicamente la hubieran tenido los que tienen edades de 23 a 29 años, es decir, el 40.4 % de la población de este grupo en el caso de México.

Una solución que proponemos para este caso es el de considerar la desigualdad en los años de estudio terminados y aprobados, únicamente en relación a los niveles primario y medio, que en el caso de México es el equivalente a la educación primaria completa por una parte, y a la educación secundaria o carrera de nivel medio como lo pueden ser la de secretaria, técnicos, etcétera, por otra. Una persona de 15 años de edad tiene la posibilidad, en el tiempo, de cursar nueve años de estudio, de iniciarlos a la edad de 6 años cumplidos.

Si bien este procedimiento es válido para medir la desigualdad de los años de estudio terminados y aprobados, si se consideran 9 años de estudio, no puede ser comparable directamente con la aplicación anterior, pues en este grupo de 15 a 29 años está incluido un volumen de población que ha cursado más de 9 años de estudio, sobre todo para quienes tienen edades mayores en el grupo. Los de 16 años de edad podrían tener 10 años; los de 17 años de edad 11 años de estudio; los de 18 años de edad 12 años de estudio y así sucesivamente hasta llegar a quienes tienen 24 años que ya pudieron haber cursado 18 años y más.

Dicho de otra manera, quienes tienen edades de 15 años no están en posibilidad de haber cursado 10 años de estudio si partimos del supuesto que los inició a los 6 años de edad.

A continuación representaremos en una Gráfica de Lorenz las distribuciones de años de estudio de la población.



CUADRO 2
AÑOS DE ESTUDIO TERMINADOS Y APROBADOS POR LA POBLACION DE MEXICO CON EDADES DE 15 A 29 AÑOS (1960)
(Miles de habitantes)

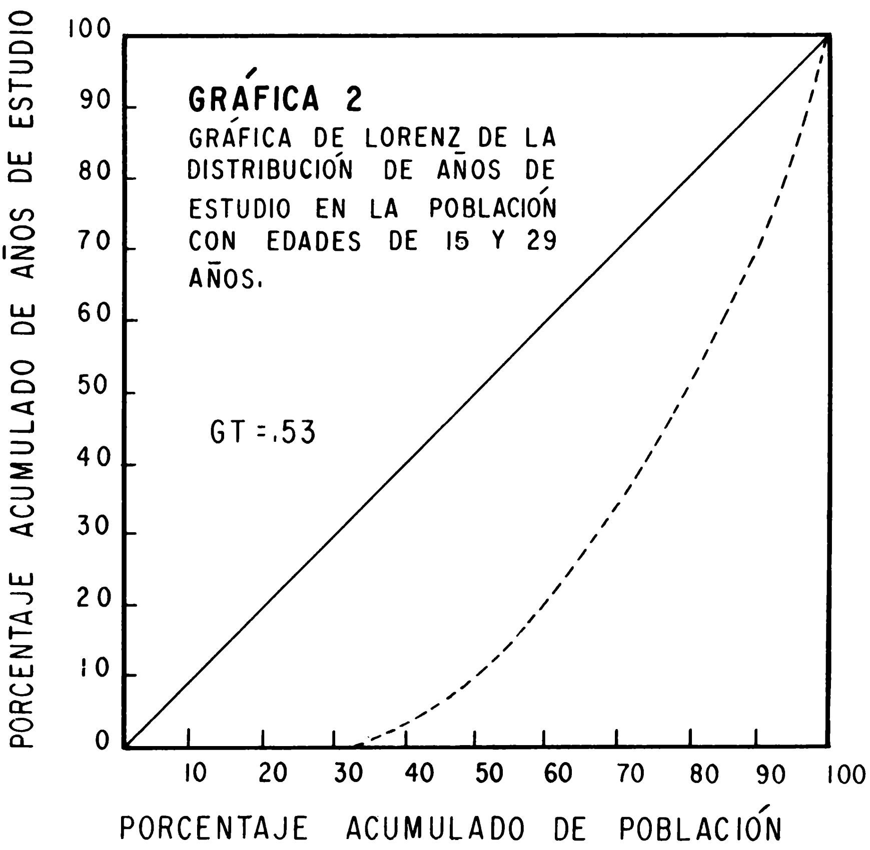
Años de estudio	*Población*	*Años de estudio del grupo*	*% Simples Pobl.*	*% Simples Años estudio*	*% Acumulados Pobl.*	*% Acumulados Años estudio*
0	2,984	0,000	33.19	00.00	33.19	00.00
1	442	442	4.92	1.69	38.11	1.69
2	1,160	2,320	12.90	8.86	51.01	10.55
3	1,143	3,429	12.71	13.09	63.72	23.64
4	702	2,808	7.81	10.72	71.53	34.36
5	407	2,035	4.53	7.77	76.06	42.13
6	1,249	7,499	13.87	28.63	89.93	70.76
7	135	945	1.50	3.61	91.43	74.37
8	201	1,608	2.23	6.14	93.67	80.51
9*	567	5,103	6.32	19.48	99.99	99.99
	8.990	26,189	99.99	99.99		

*La población que aparece con nueve años de estudio incluye a la que tiene dichos años y más. De los 567 (miles) de personas, 306 (miles) tienen 10 y más años de estudio.

Fuente: VIII Censo General de Población, Secretaría de Industria y Comercio, Dirección General de Estadística.

iii) En el estrato de población con edades de 7 a 14 años no proponemos una solución que pueda ajustarse a los procedimientos tradicionales, ya que sólo la población con edades de 12, 13 y 14 años habrían tenido la posibilidad de concluir el ciclo de educación primaria. En todo caso, el procedimiento anterior pudiera aplicarse partiendo del supuesto de que el conjunto de población debiera tener un año de estudios y considerar la línea de igualdad (diagonal de la Gráfica de Lorenz) sólo para el primer grado de educación, la cual resulta irrelevante en un análisis como el propuesto.

En este caso la única posibilidad viable sería considerar a la población con cero y con un año de estudios. En el caso de México sólo se obtendría el siguiente resultado:



CUADRO 3
POBLACION DE 7 A 14 AÑOS SIN HABER APROBADO NINGUN AÑO DE ESTUDIOS O POR LO MENOS UN AÑO
(Miles de habitantes)

Años de estudio *	*Población*	*Años de estudio del grupo*	*% Simples Pobl.*	*Años estudio*	*%Acumulados Pobl.*	*Años estudio*
0	4,385	0,000	51.47	00.00	51.47	00.00
1 y más	4,132	4,132	48.53	100.00	100.00	100.00
	8,517	4,132	100.00	100.00		

*La población con un año de estudios terminados y aprobados incluye a la que tiene más de un año, que es de 3,033 miles de habitantes, es decir, el 35.6%.

Como puede observarse en el cuadro, no resulta apropiado el empleo de la Curva de Lorenz para este análisis y, por la misma razón, no es conveniente obtener el Indice de Gini.

Con excepción del planteamiento iii), que no conduce a resultados satisfactorios, los propuestos para analizar la desigualdad en la distribución de los años de estudio para los estratos de edades de 15 a 29 y de 30 o más, resultan ventajosos cuando se requieran estudios de la desigualdad en estos grupos de edad separadamente, ya que no son comparables entre sí por las razones ya expuestas, aunque mostraremos más adelante cómo es posible establecer un procedimiento que haga factible la comparación.

Por la sencillez de los procedimientos descritos en i) y ii) y, además, por su validez, los hacen recomendables para estudios de desigualdad educacional de las entidades federativas del país, aunque es evidente que la comparación será válida únicamente para el estrato de edad analizado sin que deba generalizarse a toda la población.

INDICE MODIFICADO DE GINI*

A continuación expondremos un índice apropiado para medir la desigualdad en los años de estudio de la población total en todas sus edades, considerando, claro está, sólo aquella en edad de haber cursado, por lo menos, un año de estudios. Nos referimos a la población de 7 a "95 y más años" de edad, tal y como la consigna el Censo General de Población.

En primer lugar, debemos indicar que la línea diagonal de la Gráfica de Lorenz no es posible considerarla como la línea de igualdad perfecta, pues para ello se requiere que la población pudiera tener iguales porcentajes de educación y esto no es posible ya que, por ejemplo, sería absurdo pretender que las personas con edades de 7 a 9 años les correspondiera un porcentaje igual de años de estudio que a la población con edades mayores que han tenido la posibilidad de cursar niveles más avanzados.

Es posible, sin embargo, determinar una curva que indique la *desigualdad mínima*; una segunda curva que nos marque la *desigualdad observada*, y una tercera curva que constituirá a la *desigualdad máxima;* al relacionar estas tres curvas se podrá obtener un índice de desigualdad que llamaremos *Indice modificado de Gini.*

Desigualdad mínima. Dado que no es posible obtener una igualdad perfecta en la distribución de los años de estudio de la población, debemos establecer cuál es la desigualdad mínima posible en una po-

*El Dr. Tord Höivick del Instituto de Estudios para la Paz de Oslo, Noruega, lo desarrolló para medir la desigualdad de otras situaciones.

blación dada, sin que nos sean necesarios los datos de la distribución real de años de estudio.

Los censos nos indican la distribución de la población para cada una de las edades de 7 a "95 y más" años, que es el agrupamiento que nos interesa.

Podemos suponer que si la población de 7, 8, 9 . . ., 23 y más años de edad tiene la posibilidad de cursar los años de educación del nivel primario al superior (no incluyendo estudios de postgrado) de 1 a 18 que les corresponden a su edad, esto es:

Edades de la población	$P_7, P_8, P_9, \ldots, P_{24}$ y más años
Años de estudio	1, 2, 3, . . ., 18

El total de años de estudio (A) de la población se obtendrá:

$$A = P_7 (1) + P_8 (2) + P_9 (3) + P_{10} (4) + \ldots + P_{24} (18) + P_{25} (18) + \ldots + P_{95} (18).$$

Donde el subíndice de P se refiere a la población con n años de estudio.

Si obtenemos un promedio de años de estudio para cada uno de los componentes de la población y que sería el cociente de dividir el total de años cursados entre la población total del conjunto, esto es:

$$\bar{a} = \frac{A}{\sum_{i=7}^{95} Pi} = \frac{62,246}{26,844} = 2.32$$

$$\bar{a} = \frac{\text{Total de años de estudio de la población de 7 y más años de edad}}{\text{Población de 7 y más años de edad}}$$

Sin embargo, no resultaría apropiado dicho promedio para quienes sólo tienen edades de 7 y 8 años, ya que su máxima posibilidad es la de tener uno y dos años de estudio, respectivamente.

Por tanto, habrá que obtener un promedio más adecuado para quienes tienen 3 y más años de estudio, con el siguiente razonamiento:

El total de años de estudio A puede obtenerse:

$$A = P_7 (1) + P_8 (2) + P_9 (3) + \ldots + P_{17} (17) + P_{18} (18)$$

En que el subíndice de P indica los años de edad para la población P.

Para obtener un promedio adecuado a la población de nueve y más años:

$$A = P_7\ (1) + P_8\ (2) + P_9\ \overline{X} + P_{10}\ \overline{X} + \ldots + (P_{95} \text{ y más } \overline{X})$$

A partir del tercer término del segundo miembro, se multiplica la población por la constante $\overline{X}$, por tanto:

$$A = P_7\ (1) + P_8\ (2) + (\sum_{i=9}^{95} P_i \overline{X})$$

Donde $\sum_{i=9}^{95} P_i\ \overline{X}$ puede indicarse con propiedad como: $\overline{X} \sum_{i=9}^{95} P_i$

Resolvemos para la constante $\overline{X}$

$$\overline{X} = \frac{A - (P_7\ (1) + P_8\ (2)\ )}{\sum_{i=9}^{95} P_i}$$

En el problema:

$$\overline{X} = \frac{62{,}246 - 3{,}211}{24{,}703} = 2.39$$

Multiplicamos este factor por P_9, P_{10}, ..., Pn y a las poblaciones de 7 y 8 por 1 y 2 años respectivamente, con lo cual obtendremos la *distribución minimal* de años de estudio (véase cuadro 4 columna 3).

El procedimiento antes descrito es válido de manera sólo aproximada, en virtud que los datos son discretos (años de estudio).

En términos de la Gráfica de Lorenz, la distribución minimal podría interpretarse como la desigualdad mínima que pudiera esperarse si los años de estudio se repartieran de la manera más equitativa en cada estrato de edades (véase cuadro, porcentajes simples y acumulados).

CUADRO 4
DESIGUALDAD MINIMAL

Años de estudios esperados	*Edades*	*Población*	*Años estudio en el estrato* 2.39 (P_x)	*Distribución población*	*Porcentual años estudio*	*Poblac.*	% *Acumulados*
0							
1	7	1.071	1,071	3.99	1.72	3.99	1.72
2	8	1.070	2,140	3.99	3.44	7.98	5.16
3	9	874	2,089	3.26	3.36	11.24	8.52
4	10	1,030	2,462	3.84	3.96	15.08	12.48
5	11	757	1,809	2.82	2.91	17.90	15.39
6	12	949	2,268	3.54	3.64	21.44	19.03
7	13	814	1,945	3.03	3.12	24.47	22.15
8	14	808	1,931	3.01	3.10	27.48	25.25
9	15	754	1,802	2.81	1.89	30.29	28.14
10	16	703	1,680	2.62	2.70	32.91	30.84
11	17	703	1,680	2.62	2.70	35.53	33.54
12	18	799	1,910	2.98	3.07	38.51	36.61
13	19	577	1,379	2.15	2.21	40.66	38.82
14	20	742	1,773	2.76	2.85	43.42	41.67
15	21	449	1,056	1.67	1.70	45.09	43.37
16	22	631	1,508	2.35	2.42	47.44	45.99
17	23	572	1,367	2.13	2.20	49.57	47.99
18	24 y más	13,541	32,363	50.44	52.00	100.00	100.00
Suma		26,844	62,233	100.00	100.00		

CUADRO 5
DESIGUALDAD MAXIMAL

Edades	*Años de estudio*	*Poblac. Observ.*	*Poblac. esperada*	*Años de Educ. esperados*	*% simples A. Educ.*	*P.R.E.**	*%acumulados P.R.E*	
	0		22,083	0,000	0.00	82.27	82.27	0.00
7	1	1,071	190	190	.31	.71	82.98	.31
8	2	1,070	190	380	.61	.71	83.69	.92
9	3	874	155	465	.75	.58	84.27	1.67
10	4	1,030	183	731	1.18	.68	84.95	2.85
11	5	757	134	671	1.08	.50	85.45	3.93
12	6	949	168	1,010	1.62	.62	86.07	3.55
13	7	814	144	1,011	1.62	.54	86.61	7.17
14	8	808	143	1,147	1.84	.53	87.14	9.01
15	9	754	134	1,204	1.93	.50	87.64	10.94
16	10	703	125	1,247	2.00	.46	88.10	12.94
17	11	703	125	1,372	2.20	.46	88.56	15.14
18	12	799	142	1,701	2.73	.53	89.09	17.87
19	13	577	102	1,331	2.14	.38	89.47	20.01
20	14	742	132	1,843	2.96	.49	89.96	22.97
21	15	449	80	1,195	1.92	.30	90.26	24.89
22	16	631	112	1,791	2.88	.42	90.68	27.77
23	17	572	101	1,725	2.77	.38	91.06	30.54
24 y más	18	13,541	2,402	43,232	69.46	8.95	100.00	100.00
		26,844	26,844	62,246	100.00	100.00		

P.R.E.: población que percibiría educación correspondiente a su estrato de edad

CUADRO 6

DISTRIBUCION DE AÑOS DE ESTUDIO DE LA POBLACION DE MEXICO
DE 7 Y MAS AÑOS (1960)
DISTRIBUCION OBSERVADA

Años de estudio	*Población*	*Años de estudio del grupo*	*Porcentajes*		*% Acumulados*	
			Pobl.	*Años estudio*	*Pobl.*	*Años estudio*
0	11,076	0,000	41.26	00.00	41.26	00.00
1	2,086	2,086	47.77	3.35	49.03	3.35
2	3,551	7,102	13.23	11.41	62.26	14.76
3	3,056	9,168	11.38	14.73	73.64	29.49
4	1,910	7,640	7.11	12.27	80.75	41.76
5	1,016	5,080	3.78	8.16	84.53	49.92
6	2,567	15,402	9.56	24.74	94.09	74.66
7	233	1,631	.87	2.62	94.96	77.28
8	319	2,552	1.19	4.10	96.15	81.38
9	414	3,726	1.54	5.99	97.69	87.37
10	111	1,110	.41	1.78	98.10	89.15
11	124	1,364	.46	2.19	98.56	91.34
12	135	1,620	.50	2.60	99.06	93.94
13	44	572	.16	.92	99.22	94.86
14	44	616	.16	.99	99.38	95.85
15	34	510	.13	.82	99.51	96.67
16	61	976	.23	1.57	99.74	98.24
17	25	425	.09	.68	99.83	98.92
18 y más	37	666	.14	1.07	99.97	99.99
–	26,844	62,246	99.97	99.99		

No deberá interpretarse la *desigualdad minimal* como el óptimo para la distribución de años de estudio en la población.

Si pensamos en términos de una desigualdad óptima, debería esperarse un total de años de estudio distribuidos así:

Ae: años de estudio esperados

$$Ae = (1)\ P_7 + (2)\ P_8 + (3)\ P_9 + \ldots + (17)\ P_{23} + [P_{24\ a\ 95} \cdots (18)]$$

Donde P indica la población en edades expresadas por el índice numérico de P.

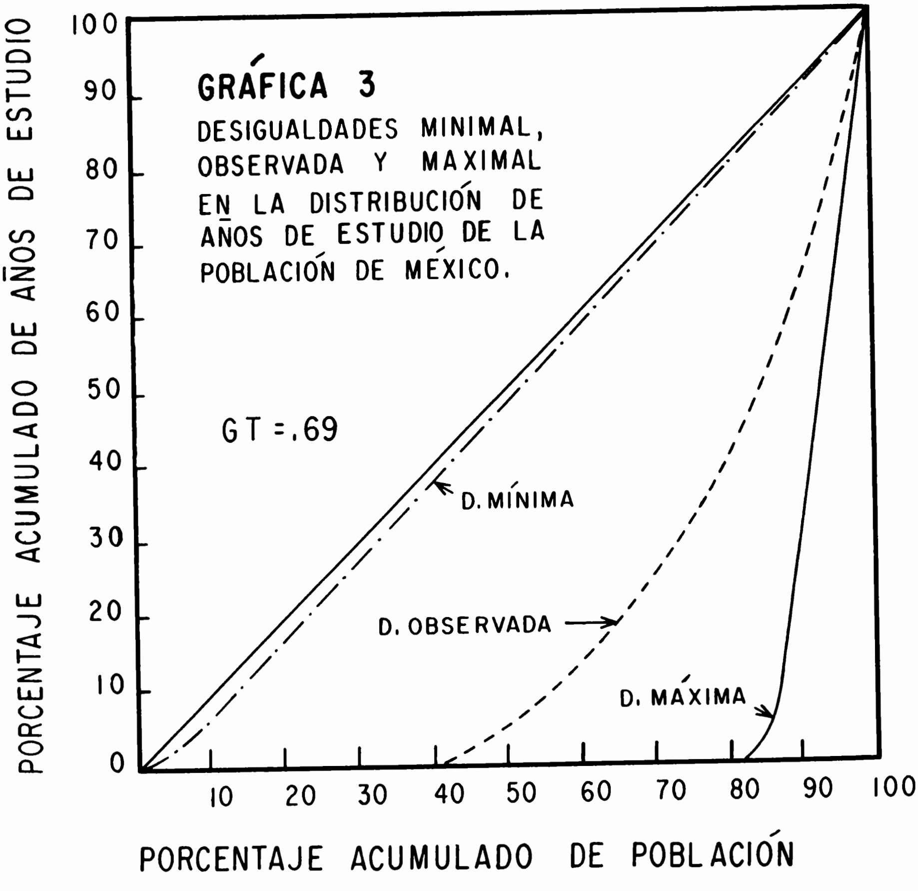
Además, tendremos un total de años de estudio observados o reales:

$$Ao = 1(P'_1) + 2(P'_2) + 3(P'_3) + \ldots + 17(P'_{17}) + P'_{18}\ (18)$$

Donde P' indica la población que cursó los años de estudios indicados por el subíndice.

Podemos suponer que el total de años de estudio (Ao) que percibe la población se distribuyeran pensando en términos de una máxima desigualdad; para ello proponemos lo siguiente:

La población correspondiente a cada edad polarizarla de tal manera que una proporción percibiera los años de educación correspondiente a su edad, y la otra proporción no recibiera ninguna educación.



Si N es la población total y n la población que recibe educación, entonces $\frac{n}{N}$ nos indicará la proporción de la población que percibe educación y $1-\frac{n}{N}$ la proporción de la población que no percibe educación.

Si obtenemos la parte que de los años de estudio les corresponden a la población que recibe educación, de tal manera que sean iguales al número de años de estudio observados en la distribución:

$$\frac{n}{N}\ (1P_7 + 2P_8 + 3P_9 + \ldots 18\ (P_{24} \text{ y más})) = A_o$$

Podemos fácilmente obtener el número (n) de población que recibiría educación:

$$n = \frac{NA_o}{A_e}$$

$$n = \frac{(26{,}844)\ (62{,}246)}{350{,}913} = 4{,}761$$

Esto es, los 26,844 miles de personas de nuestra distribución (N) se dividen en:

n = 4,761 que perciben educación.

N–n = 22,083 que no perciben educación.

La proporción en la distribución observada que no perciben educación será:

$$\frac{n}{N} = \frac{4{,}761}{26{,}844} = .177$$

Que de acuerdo al supuesto establecido sería la proporción de la población de 7 y más años que percibirían la educación óptima, esto es, la que idealmente les correspondería y el .823 no percibirían ninguna educación.

A continuación obtendremos la población de cada edad que percibe educación:

$$\frac{n}{N}\ P_7 + \frac{n}{N} : P_8 + \ldots + \left(\frac{n}{N} P_{24} \text{ y más}\right)$$

Una vez obtenida la población que percibiría educación para cada una de las edades consideradas, puede calcularse los años de educación que les corresponderán con sólo multiplicar cada uno de los términos anteriores por los años de estudio esperados, esto es:

$$\frac{n}{N} P_7 \, 1 + \frac{n}{N} P_8 \, 2 + \ldots + \left(\frac{n}{N} P_{24} \text{ y más } 18\right)$$

Se obtienen los porcentajes de población y de años de estudio, se acumulan y se representan gráficamente, con lo cual tendremos la curva correspondiente a la *desigualdad maximal* (cuadro 5).