

Notas Estadístico-Sociales

Por Oscar URIBE VILLEGAS.

EJEMPLO DE CÁLCULO DE LA DISTANCIA SOCIAL ENTRE DOS PAÍSES

En enero de 1960, al preparar un cursillo de Estadística Política y consultar parte de la literatura correspondiente, nos pudimos percatar de que, junto con el interés que tiene colocar en una seriación por rangos a los diferentes países del mundo, con objeto de apreciar su mayor o menor cercanía, se daba y se sigue dando una falta casi total de intentos por elaborar un procedimiento que midiese esa distancia entre países no a lo largo de una escala única, sino en relación —conjunta— con las múltiples escalas o dimensiones propias de lo social. Es por ello por lo que nos decidimos a presentar el siguiente procedimiento, así como la ejemplificación simplificada que le subsigue, con la esperanza de que puedan representar una iniciación de los procedimientos más elaborados, que es posible prever, se habrán de diseñar y servir así en alguna forma a los estudiosos lectores de esta Revista.

El procedimiento consiste, fundamentalmente, en lo siguiente:

1. Se elige un conjunto de países para los cuales sea posible prever, en razón de su situación geográfica y su desarrollo histórico, una cierta cercanía, con objeto de que la elaboración, al no ser pura y simplemente estadística, sino al alcanzar un cierto nivel estadístico-social, pueda brindar resultados que tengan una cierta significación en el dominio sociológico.
2. Se elige un conjunto de escalas o dimensiones en relación con las cuales haya de medirse la distancia social entre los países del grupo.
3. Para cada una de las escalas elegidas se busca un indicador apropiado.
4. Frente al nombre de cada uno de los países elegidos, se consignan en otras tantas columnas, los valores que para tales indicadores proporcionen las fuentes estadísticas correspondientes.
5. De cada columna se obtienen:
 - A. La media aritmética (mediante suma de valores de la columna y división entre número de países) y
 - B. La desviación cuadrática media, obteniendo para cada columna una columna de desviaciones respecto a la media o D_1 , una columna de cuadrados de dichas desviaciones o D_1^2 y aplicando en seguida la fórmula:

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum D_1^2}{N}}$$

6. Se expresa cada desviación con respecto a la media aritmética (D_1) en unidades de la desviación cuadrática media (σ_1).
7. Para cada indicador y para cada par de países que se considere, se resta de la desviación con respecto a la media aritmética en unidades de la desviación cuadrática media (o desviación sigmática) correspondiente al primero de esos países, la desviación del mismo tipo que corresponda al segundo.
8. Obtenidas las distancias para cada indicador, la distancia conjunta para todos ellos se obtiene:
 - a) Elevando al cuadrado tales distancias unidimensionales.
 - b) Sumando los cuadrados.
 - c) Extrayendo la raíz cuadrada de la suma.

El ejemplo al que aplicamos el anterior procedimiento es el siguiente:

1. Elegimos los países agrupados por L'Eltore en su Primera Zona, Primer Sector.
2. En cuanto se trataba de una simple presentación de carácter pedagógico y los resultados sustantivos nos interesaban sólo en forma secundaria, tomamos sólo tres de las posibles escalas de medida de lo social: DEMOGRAFÍA, EDUCACIÓN, ECONOMÍA.
3. En forma arbitraria, para el sector DEMOGRAFÍA, y con el fin de establecer un principio de conexión con la Economía, elegimos como indicador "Población Agrícola". Para el sector EDUCACIÓN consideramos, más específicamente, el terreno de la instrucción y tomamos como indicador único ANALFABETISMO. Finalmente, para el sector ECONOMÍA, tomamos los ingresos de la población.
4. Este paso y los siguientes quedan consignados en la tabla adjunta.
5. A partir de los valores obtenidos de esa tabla se obtienen como distancias entre Noruega y Suecia y entre Suecia e Italia: 2.86 y 8.60 respectivamente.

DISTANCIA SOCIAL ENTRE LOS PAÍSES DE LA PRIMERA ZONA, PRIMER SECTOR DE LA AGRUPACIÓN HECHA POR G. L'ÉLTORE

	<i>Población Analfabeta agrícola</i>	<i>Ingresos</i>	D_1	D_1^2	D_2	D_2^2	D_3	D_3^2
Noruega	25.8	650	+ 1.6	2.56	— 1.03	1.06	+ 54.85	3 025
Suecia	20.3	826	— 4.1	16.81	— 1.03	1.06	+230.85	53 361
Holanda	19.3	548	— 4.9	24.01	— 0.03	0.00	— 47.15	2 209
Bélgica	12.1	651	—12.1	146.41	— 2.93	8.58	+ 55.85	3 136
Dinamarca	25.1	762	+ .9	.81	— 1.03	1.06	+166.85	27 889
Alemania	23.2	460	— 1.0	1.00	— 1.03	1.06	—135.15	18 225
Suiza	15.5	926	— 7.7	59.29	— 1.03	1.06	+330.85	109 561
Austria	32.3	274	+ 8.1	65.61	— 1.03	1.06	—321.15	103 041
Francia	27.7	520	+ 3.5	12.25	— 2.73	7.45	— 71.15	5 041
Irlanda	39.6	436	+15.4	237.16	— 2.03	4.12	—159.15	25 281
Luxemburgo	26.5	553	+ 2.3	5.29	— 1.03	1.06	— 42.15	1 764
Italia	42.0	273	+17.8	316.84	+15.9	252.81	322.15	103 684
Reino Unido	4.9	858	—19.3	372.49	— 1.03	1.06	+262.85	69 169
TOTALES	315.3	7 737		1 261.53		281.44		525 386
MEDIAS	24.2	595.15		97.04		21.64		4 041.42
DESVIACIONES MEDIAS CUADRÁTICAS				9.85		4.65		63.5

De acuerdo con esto, y para facilitar los cálculos, tomamos como valores aproximados para las desviaciones medias cuadráticas:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 10 \\ \sigma_2 &= 4.7 \\ \sigma_3 &= 63.5 \end{aligned}$$

INDICADORES DE LA DISTANCIA SOCIAL EXPRESADOS COMO DESVIACIONES CON RESPECTO A LA MEDIA ARITMÉTICA EN UNIDADES DE SUS RESPECTIVAS DESVIACIONES MEDIAS CUADRÁTICAS.

	<i>Población agrícola</i>	<i>Analfabetos</i>	<i>Ingresos</i>
	$\delta_1 = \frac{D_1}{x_1}$	$\delta_2 = \frac{D_2}{x_2}$	$\delta_3 = \frac{D_3}{x_3}$
Noruega	+0.16	-0.21	+0.86
Suecia	-0.41	-0.21	+3.63
Holanda	-0.49	-0.00	-0.74
Bélgica	-1.21	-0.62	+1.88
Dinamarca	-0.09	-0.21	+2.63
Alemania	-0.10	-0.21	-2.13
Suiza	-0.77	-0.21	+5.21
Austria	+0.81	-0.21	-4.06
Francia	+0.35	-0.58	-1.12
Irlanda	+1.54	-0.43	-2.51
Luxemburgo	+0.23	-0.21	-0.66
Italia	+1.78	+3.38	-5.07
Reino Unido	-1.93	-0.21	+4.14

Cálculo de la distancia en el espacio social tridimensional entre:

Noruega y Suecia:

$$\delta_{1N} - \delta_{1S} = 0.16 - (-0.41) = 0.57$$

$$\delta_{2N} - \delta_{2S} = -0.21 - (-0.21) = 0.00$$

$$\delta_{3N} - \delta_{3S} = 0.86 - 3.63 = -2.77$$

$$D_{NS} = \sqrt{(0.57)^2 + (0.00)^2 + (2.77)^2} = 2.82$$

Suecia e Italia:

$$\delta_{1S} - \delta_{1I} = -0.41 - (+1.78) = -2.19$$

$$\delta_{2S} - \delta_{2I} = -0.21 - (+3.38) = -3.59$$

$$\delta_{3S} - \delta_{3I} = 3.63 - (-5.07) = 8.70$$

$$D_{SI} = \sqrt{(-2.19)^2 + (-3.59)^2 + (8.70)^2} = 8.60$$

Con el fin de proceder ordenadamente y de mecanizar tanto como sea posible el cálculo de las distancias sociales entre los diferentes países de un grupo elegido, en un espacio n -dimensional, conviene hacer lo siguiente:

- 1º Elaborar tantos cuadros como dimensiones tenga el espacio sobre el que se hayan de medir las distancias, o sea, tantos cuadros como escalas individuales se consideren (en el caso 3 cuadros para 3 dimensiones o escalas). En cada uno de estos cuadros:

Se formará una lista de los países considerados. Una vez listado el último de dichos países, se repetirá esa misma lista hasta llegar en la nómina al nombre de aquel país que se encuentra en el lugar que corresponde a la mitad de los países menos uno (en el caso en el que existen 13 países en el grupo, la repetición llegará al país que se encuentre en el 6º lugar). Frente a cada país se consignará la distancia que le separa del origen de la escala. Esta distancia estará dada por la desviación respecto a la media en unidades de la desviación cuadrática media que se ha calculado antes. Se procederá a restar de cada una de las distancias todas y cada una de las que le subsiguen, y los resultados se colocarán en columnas, que subseguirán a la primera. (Así, en el ejemplo, en la segunda columna figura la distancia del Reino Unido y Bélgica; en la tercera columna, la del Reino Unido y Suiza, etc., en el primer renglón diagonal; en la segunda columna y en el segundo renglón diagonal figura la distancia de Bélgica a Suiza; en la tercera columna de esa misma diagonal, la distancia de Bélgica a Holanda, etcétera.)

- 2º Elaborar un cuadro de doble entrada. Este cuadro es un cuadro de trabajo, que servirá: a), para concentrar los resultados contenidos en los cuadros anteriormente elaborados para cada escala, y b), para consignar los resultados de las operaciones que con esos resultados parciales hayan de obtenerse. En este cuadro de doble entrada:

Las entradas verticales serán tantas como los países del grupo, y cada una de ellas estará dividida en tantas columnas como escalas se hayan considerado. De este modo, en el ejemplo, *los encabezados* de las entradas (o columnas más amplias) serán "Reino Unido", "Bélgica", "Suiza", etc., y los encabezados de las columnas en que estará dividida cada columna mayor serán "Población agrícola", "Alfabetización", "Ingresos".

Las entradas horizontales serán tantas como los países del grupo, y cada una de ellas estará dividida en dos renglones, el primero de los cuales estará destinado a contener las distancias escalares individuales que se obtuvieron en los cuadros individuales, en tanto que la segunda deberá contener los resultados obtenidos de elevar al cuadrado esas distancias, sumar los cuadrados y extraer la raíz cuadrada de la suma. De este modo, en el ejemplo, los *rubros* de las entradas (o renglones más amplios) serán "Reino Unido", "Bélgica", "Suiza", etc., y los rubros de las hileras o renglones en que esté dividido cada uno de ellos, "escalares" y "distancias".

NOTA. En caso de que a este cuadro se le quiera conservar más aún su carácter de cuadro de trabajo (que al consignar todos los resultados parciales permita rectificar operaciones en caso necesario), podrá disponerse de tres renglones para cada entrada horizontal, cuyos rubros serían: "esca-

- lares”, “escalares al cuadrado” y “resultados”. En esta última hilera de resultados podrían consignarse, por una parte, la suma de esos cuadrados y, por otra, la raíz cuadrada de esa suma, que ya es la distancia buscada.
- 3º Elaborar un cuadro final de resultados, igualmente de doble entrada en el que se consignarán únicamente, en cada una de las casillas, las distancias obtenidas. Los rubros, tanto como los encabezados, serán los nombres de los países, debiendo agregarse un encabezado “origen”, a fin de consignar en la columna correspondiente (un “encabezado” corresponde siempre a una “columna” en la misma forma en que un “rubro” corresponde siempre a una “hilera”) las distancias de cada país con respecto al origen de los ejes en el espacio multidimensional considerado.
- En este cuadro, si se ha seguido el mismo orden en la nómina de países en los encabezados y en los rubros, se tendrá una diagonal principal ocupada por ceros, que será eje de simetría de los valores colocados a ambos lados de la misma.

A más de la distancia social entre los diferentes países, el procedimiento seguido hasta aquí puede permitir una cierta agrupación de países dentro del grupo considerado. Para ello basta con considerar los signos de las distancias de cada país con respecto a los diferentes ejes.

En el caso muy simple de medida en relación con un solo eje, el espacio queda dividido por el eje en dos mitades. A un lado del eje (mitad que llamaremos I) las distancias pueden considerarse como positivas. Al otro lado (mitad que llamaremos II) las distancias se tienen que considerar correlativamente como negativas.

En el caso de dos ejes que se cortan, se determinan cuatro cuadrantes, para los que los signos de las coordenadas son los de la pequeña tabulación adjunta.

En el caso de que se consideren tres ejes, como en nuestro ejemplo, se determinan en el espacio ocho octantes, que designaremos por ordinales, correspondiendo a cada uno de esos octantes la combinación de signos de las coordenadas que aparece en la tabulacioncita adjunta.

De este modo, mediante un examen de los signos que afectan a las distancias de cada país con respecto a la media en unidades de la distribución cuadrática media, puede hacerse, en el ejemplo, una adscripción a los diferentes octantes. Es así como, por ejemplo, en cuanto el Reino Unido tiene sus coordenadas afectadas por los signos “menos”, “menos”, “más”, o sea, por una combinación que, de acuerdo con la tablita correspondiente, identifica a los puntos del tercer octante, en la columna correspondiente de la tabulación final hemos escrito delante de “Reino Unido”, III, en forma parecida a como para Italia hemos escrito V en cuanto sus coordenadas son “más”, “más”, “menos”, combinación característica de nuestro quinto octante. En la misma forma procedimos a identificar los octantes a los que correspondían los restantes países, obteniendo los resultados consignados en la columna encabezada “octante” de nuestra tabla.

La adscripción a los diferentes octantes nos permite ver, de este modo, que el Reino Unido, Bélgica, Suiza, Suecia, Dinamarca, por una parte; Holanda y Alemania, por otra; Noruega, por su parte; Luxemburgo, Francia, Austria e Irlanda, por la suya, e Italia por la suya, constituyen, dentro del grupo considerado, otros tantos sub-grupos de características análogas en relación con los países que forman cada sub-grupo, y que difieren entre sí dentro del marco del grupo mayor.

En este sentido, un examen que se haga en concreto y con propósitos interpretativos a partir de estas elaboraciones estadísticas deberá considerar sucesivamente:

- 1º El sub-grupo al que pertenece cada país, y
- 2º La distancia que lo separa de los demás.

En relación con el sub-grupo, dos países pueden:

- a) Pertenecer al mismo sub-grupo dentro del grupo mayor.
- b) Pertenecer a sub-grupos diferentes dentro de ese mismo grupo mayor.

En relación con las distancias:

- a) La distancia entre un país *A* y un país *B* puede ser igual a la que exista entre el país *A* y el país *C* o
- b) La distancia entre *A* y *B* puede ser distinta (mayor o menor) que la que exista entre *A* y *C*.

De acuerdo con esto, para un mismo país *A* tendrá diferente significación cada uno de los casos siguientes:

- a) Que se encuentre a la misma distancia de *B* y de *C* en caso de que tanto *A* como *B* y como *C* pertenezcan al mismo sub-grupo.
- b) Que se encuentre a la misma distancia de *B* y de *C* en caso de que *A* pertenezca a un mismo sub-grupo que *B* pero a uno distinto de *C*.
- c) Que se encuentre a la misma distancia de *B* y de *C* en caso de que *A* pertenezca a un sub-grupo diferente de otro sub-grupo que sea común a *B* y a *C*.
- d) Que se encuentre a diferente distancia de *B* que de *C*, en cada uno de los casos anteriores.

DISTANCIA ENTRE CADA PAÍS Y LOS DOCE RESTANTES DEL GRUPO CONSIDERADO.

ESCALA: ANALFABETOS

Bélgica	-0.62				
		-0.04			
Francia	-0.58	-0.19			
		-0.15	-0.41		
Irlanda	-0.43	-0.37	-0.62		
		-0.22	-0.50	-4.00	
Alemania, Austria, Dinamarca, Luxemburgo, Noruega, Reino Unido, Suecia, Suiza.	-0.21	-0.43	3.96		
		-0.21	3.81	-0.04	
Holanda	0.00	3.59	0.19		
		3.38	0.40	-0.15	
Italia	3.38	-0.62	0.37		
		4.00	0.58	-0.22	
Bélgica	-0.62	3.96	0.43		
		3.81	-0.21		
Francia	-0.58		3.59		
			3.38		
Irlanda	-0.43				
Alemania, Austria, Dinamarca, Luxemburgo, Noruega, Reino Unido, Suecia, Suiza.					
Italia.					

SIGNOS DE LAS COORDENADAS DE LAS PORCIONES ESPACIALES DETERMINADAS
POR UN CIERTO NÚMERO DE EJES QUE SE CORTAN

Un solo eje		Dos ejes		Tres ejes			
Sectores	Signos <i>x</i>	Sectores "cuadrantes"	Signos <i>x y</i>	Sectores "octantes"	Signos <i>x y z</i>		
I	+	I	+ +	I	+	+	+
II	-	II	- +	II	-	+	+
		III	- -	III	-	-	+
		IV	+ -	IV	+	-	+
				V	+	+	-
				VI	-	+	-
				VII	-	-	-
				VIII	+	-	-

Para el caso de más de tres ejes, puede procederse convencionalmente a designar y caracterizar los sectores en la forma en que se hizo para el caso de tres ejes: los cuatro primeros octantes se consideraron aquellos para los que *z* era positivo y los cuatro segundos aquellos correspondientes a los cuatro primeros, pero en los que *z* era negativa.

Cuatro ejes "Sectores"	Signos			
	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>	<i>t</i>
I	+	+	+	-
II	-	+	+	+
III	-	-	+	+
IV	+	-	+	+
V	+	+	-	+
VI	-	+	-	+
VII	-	-	-	+
VIII	+	-	-	+
IX	+	+	+	+
X	-	+	+	-
XI	-	-	+	-
XII	+	-	+	-
XIII	+	+	-	-
XIV	-	+	-	-
XV	-	-	-	-
XVI	+	-	-	-