Desarrollo y aplicación de una función expologística para el análisis de congruencia de las fuentes demográficas entre 1940 y 1990: el caso de México

MANUEL ORDORICA

INTRODUCCIÓN

EL PRESENTE TRABAJO DA cuenta del desarrollo de un modelo matemático que aplicado a la dinámica demográfica de México, observada en el período de 1940 a 1990, permite describir su comportamiento y analizar la congruencia entre los datos derivados de las estadísticas vitales, las encuestas sociodemográficas y los censos de población.

La estructura del modelo supone que la dinámica de los componentes del crecimiento natural de la población —la tasa de natalidad y la tasa de mortalidad— evolucionan de acuerdo a la teoría de la transición demográfica. Matemáticamente, dicha teoría se expresa como una función logística. El modelo también supone una función logística para describir la emigración internacional. La inmigración internacional no se considera en el modelo debido a que no es significativa en la explicación del aumento de la población.

Una vez que se tiene la configuración de las funciones que representan a estas tres variables, se procede a resolver una ecuación diferencial que permite obtener una función de población. Los resultados que se desprenden de dicha función se comparan con la información proporcionada por los censos de población de 1940 a 1990. Dicha contrastación contribuye a conocer las congruencias y discrepancias que existen entre la información demográfica disponible. La correspondencia que existe entre la evolución del comportamiento de los componentes demográficos y las funciones que la describen muestra que hay una coherencia entre la realidad y el modelo.

El punto de partida es el año de 1940. La selección de esta fecha, aunque arbitraria, permite estudiar medio siglo de la dinámica de la población del país.

DINÁMICA DE LOS COMPONENTES DEMOGRÁFICOS

Sea

$$\frac{1}{P(t)}\frac{dP(t)}{dt} = b(t) - m(t) + i(t) - e(t)$$

donde

$P(t)$ es la población en un momento dado t,

$\frac{1}{P(t)}\frac{dP(t)}{dt}$ es la tasa instantánea de crecimiento de la población,

$b(t)$ y $m(t)$ son la tasa de natalidad y de mortalidad en el instante t, respectivamente. Pueden ser representadas mediante una función logística, según aparece en el cuadro 1 y en las gráficas 1 y 2 que de él se desprenden,

$i(t)$ y $e(t)$ son la tasa de inmigración y emigración en el momento t, respectivamente. En el modelo se supone que $i(t) = O$.

Cuadro 1

México: tasas de natalidad, 1940-1990 (por mil)			México: tasas de mortalidad, 1940-1990 (por mil)		
t(período)	$b(t)$	Fuente	t(período)	$m(t)$	Fuente
1940-44	44.3	(1)	1940-44	22.0	(4)
1950-54	46.3	(2)	1950-54	16.2	(2)
1960-64	44.9	(2)	1960-64	11.3	(2)
1965-69	44.2	(2)	1965-69	10.2	(2)
1970-74	42.7	(2)	1970-74	9.2	(2)
1975-79	37.6	(2)	1975-79	7.9	(2)
1980-84	33.9	(3)	1980-84	7.1	(3)
1985-89	31.2	(3)	1985-89	6.5	(3)

FUENTES:

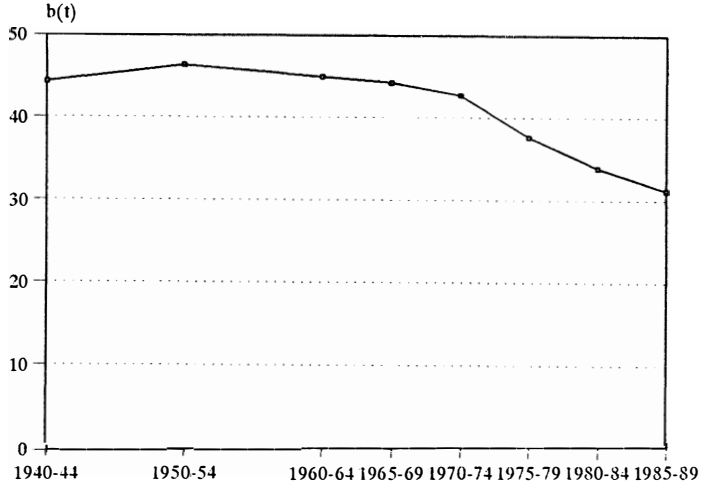
(1) El Colegio de México, *Dinámica de la población de México*, México, CEED, 1970, p. 47. (Datos referidos a 1940.)

(2) SPP, CONAPO, CELADE, *México. Estimaciones y proyecciones de población, 1950-2000*, México, 1983, p. 11.

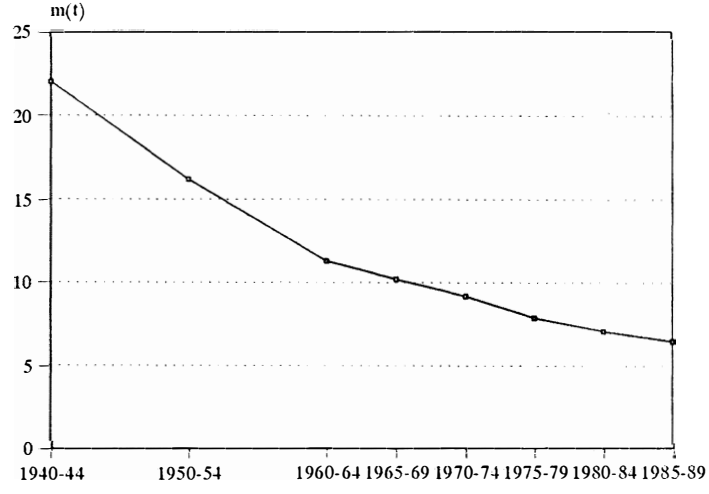
(3) Naciones Unidas, *Perspectivas de la población mundial. Estimaciones y proyecciones en 1982*, Nueva York, 1985, p. 353.

(4) El Colegio de México, *op. cit.*, p. 14.

Gráfica 1
MÉXICO: TASAS DE NATALIDAD. 1940-1990
(por mil)



Gráfica 2
MÉXICO: TASAS DE MORTALIDAD. 1940-1990
(por mil)



Con el propósito de estimar las tasas de emigración a los Estados Unidos, principal lugar de destino de los mexicanos, se utilizó la información sobre la población nacida en México y residente en los Estados Unidos entre 1940 y 1980. Para estimar estas tasas se utilizó la población censal de México proyectada al 30 de junio.

Posteriormente se calculó la población a la mitad de cada período. Las estimaciones de las tasas se refieren a 1945, 1955, 1965 y 1975.[1]

Cuadro 2

POBLACIÓN NACIDA EN MÉXICO Y RESIDENTE EN ESTADOS UNIDOS

Año	Absolutos	
1940	377 433	(1)
1950	450 562	(2)
1960	575 902	(3)
1970	928 975	(4)
1980	2 618 000	(5)

FUENTE:

(1), (2) y (3) Censos de población de Estados Unidos en 1940, 1950 y 1960.

(4) Esta cifra proviene del Censo de 1980 y se refiere a los mexicanos que declararon haber ingresado a Estados Unidos antes de 1970.

(5) Ésta es una estimación realizada por Roberto Warren y Jeffrey S. Passel, "A Count of the Uncountable", *Demography*, 1987.

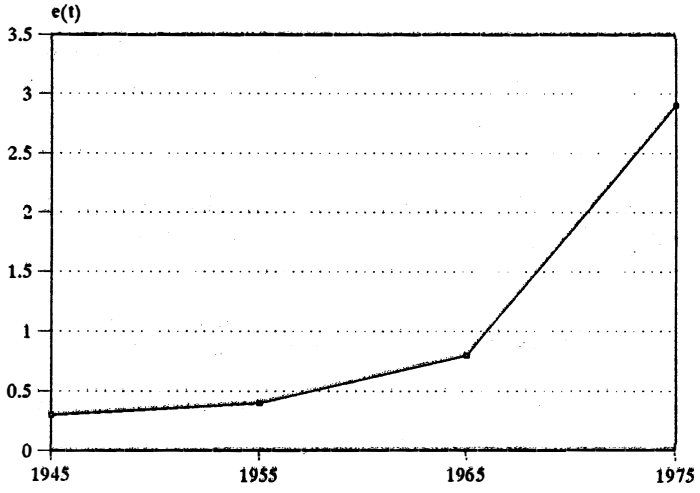
Cuadro 3

TASAS DE EMIGRACIÓN A LOS ESTADOS UNIDOS

Período	(por mil)
1940-50	0.3
1950-60	0.4
1960-70	0.8
1970-80	2.9

[1] En la estimación de las tasas de emigración no se ha considerado la mortalidad de los emigrantes debido a que su efecto es poco significativo. En la actualidad no se cuenta con los resultados del censo de población de Estados Unidos de 1990 en relación a la población nacida en México y residente en Estados Unidos a esa fecha. En el momento que se disponga de estos resultados será posible estimar la emigración internacional entre 1980 y 1990 para utilizarse en el modelo.

Gráfica 3
MÉXICO: TASAS DE EMIGRACIÓN, 1945-1975
(por miles)



LOS AJUSTES DE LAS LOGÍSTICAS Y EL MODELO EXPOLOGÍSTICO

Antes de ajustar las funciones logísticas a la información de los componentes demográficos y representar el modelo, se procederá a definir algunos téminos:

$K_{1,\beta}$ es la asíntota inferior de la tasa de natalidad (10 por mil),

$K_{1,\beta} + K_{2,\beta}$ es la asíntota superior de la tasa de natalidad (50 por mil),

$K_{1,\mu}$ es la asíntota inferior de la tasa de mortalidad (4 por mil),

$K_{1,\mu} + K_{2,\mu}$ es la asíntota superior de la tasa de mortalidad (30 por mil).

Los valores de las asíntotas respecto de las tasas de natalidad y mortalidad se han escogido de acuerdo a la experiencia observada en otros países.

$K_{1,\gamma}$ es la asíntota inferior de la tasa de emigración ($K_{1,\gamma} = 0$),

$K_{1,\gamma} + K_{2,\gamma}$ es la asíntota superior de la tasa de emigración (4 por mil),

$\beta_1, \beta_2, \mu_1, \mu_2, \gamma_1, \gamma_2$ son los parámetros del modelo,

β_1, μ_1, γ_1 representan el nivel de la natalidad, de la mortalidad y de la emigración, respectivamente;

β_2, μ_2, γ_2 representan la velocidad de cambio de las tasas de natalidad, de mortalidad y de emigración, respectivamente.

Los resultados de los ajustes de las funciones logísticas se presentan a continuación:

i) La función matemática que describe la evolución de la tasa de mortalidad es:

$$m(t) = K_{1,\mu} + \frac{K_{2,\mu}}{1 + e^{a+bt}}$$

Con $K_{1,\mu} = 0.004$ y $K_{2,\mu} = 0.026$. La estimación por regresión[2] de a y b es: $a = -1.260490$ y $b = 0.066173$. El coeficiente de correlación ρ es de 0.99.

$$\therefore\ m(t) = 0.004 + \frac{0.026}{1 + e^{-1.260490+0.066173t}}$$

ii) La función matemática que describe la dinámica de la tasa de natalidad es:

$$b(t) = K_{1,\beta} + \frac{K_{2,\beta}}{1 + e^{a+bt}}$$

Con $K_{1,\beta} = 0.010$ y $K_{2,\beta} = 0.040$. La estimación por regresión de a y b es: $a = -2.953640$; $b = 0.045309$ y $\rho = 0.85$

[2] Para obtener los parámetros de cada una de las logísticas se utilizó el método de regresión.

Se tiene que:

$$\varsigma(t) = K_1 + \frac{K_2}{1 + e^{a+bt}}$$

En este trabajo $\varsigma(t)$ es $b(t), m(t)$ y $e(t)$, para la tasa de natalidad, de mortalidad y de emigración respectivamente.

Para estimar a y b se descompone la función anterior:

$$\varsigma(t) - K_1 = \frac{K_2}{1 + e^{a+bt}} \Rightarrow 1 + e^{a+bt} = \frac{K_2}{\varsigma(t) - K_1} \Rightarrow e^{a+bt} = \frac{K_2}{\varsigma(t) - K_1} - 1$$

tomando logaritmos

$$a + bt = L[\frac{K_2}{\varsigma(t) - K_1} - 1] = \psi(t)$$

El modelo es de la forma $\psi = a + bt$.

$$\therefore\ b(t) = 0.010 + \frac{0.040}{1 + e^{-2.953640+0.045309t}}$$

iii) La función que describe la evolución de $e(t)$ es:

$$e(t) = K_{1,\gamma} + \frac{K_{2,\gamma}}{1 + e^{a+bt}}$$

Con $K_{1,\gamma} = 0$ y $K_{2,\gamma} = 0.004$

La estimación por regresión de a y b es: $a = 3.532815$ y $b = -0.112560$. El coeficiente de correlación es de 0.92.

$$\therefore\ e(t) = \frac{0.004}{1 + e^{+3.532815-0.112560t}}$$

Es importante señalar que aun cuando se tienen elevados coeficientes de correlación, se cuenta con pocos datos, lo que plantea problemas de estimación de los parámetros. Sin embargo, aun cuando se disponga de poca información, los fenómenos de población tienen una inercia que hace que en su evolución no se produzcan cambios bruscos ni oscilaciones. La inercia de estos procesos es producto de la estructura por edad, debido a la cual se da el potencial de crecimiento de su población.

CONSTRUCCIÓN DEL MODELO

Se mencionó que:

$$\frac{1}{P(t)}\frac{dP(t)}{dt} = b(t) - m(t) + i(t) - e(t)$$

con $i(t) = 0$

$$\therefore\ \frac{1}{P(t)}\frac{dP(t)}{dt} = b(t) - m(t) - e(t)$$

donde

$$b(t) = K_{1,\beta} + \frac{K_{2,\beta}}{1+e^{\beta_1+\beta_2 t}} \qquad \text{(natalidad)}$$

$$m(t) = K_{1,\mu} + \frac{K_{2,\mu}}{1+e^{\mu_1+\mu_2 t}} \qquad \text{(mortalidad)}$$

$$e(t) = K_{1,\gamma} + \frac{K_{2,\gamma}}{1+e^{\gamma_1+\gamma_2 t}} \qquad \text{(emigración)}$$

con $K_{1,\gamma} = O$

La tasa instantánea de crecimiento de la población puede ser representada mediante la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{1}{P(t)}\frac{dP(t)}{dt} = [K_{1,\beta} + \frac{K_{2,\beta}}{1 + e^{\beta_1+\beta_2 t}}] - [K_{1,\mu} + \frac{K_{2,\mu}}{1 + e^{\mu_1+\mu_2 t}}] - [\frac{K_{2,\gamma}}{1 + e^{\gamma_1+\gamma_2 t}}]$$

o

$$\frac{dLP(t)}{dt} = [K_{1,\beta} + \frac{K_{2,\beta}}{1 + e^{\beta_1+\beta_2 t}}] - [K_{1,\mu} + \frac{K_{2,\mu}}{1 + e^{\mu_1+\mu_2 t}}] - [\frac{K_{2,\gamma}}{1 + e^{\gamma_1+\gamma_2 t}}]$$

integrando se tiene:

$$LP(t) = (K_{1,\beta}-K_{1,\mu})t + K_{2,\beta}\int \frac{dt}{1 + e^{\beta_1+\beta_2 t}} - K_{2,\mu}\int \frac{dt}{1 + e^{\mu_1+\mu_2 t}} - K_{2,\gamma}\int \frac{dt}{1 + e^{\gamma_1+\gamma_2 t}}$$

$$= (K_{1,\beta}-K_{1,\mu})t + K_{2,\beta}[\tfrac{1}{\beta_2}(\beta_2 t - L(1+e^{\beta_1+\beta_2 t}))]$$

$$- K_{2,\mu}[\tfrac{1}{\mu_2}(\mu_2 t - L(1+e^{\mu_1+\mu_2 t}))]$$

$$- K_{2,\gamma}[\tfrac{1}{\gamma_2}(\gamma_2 t - L(1+e^{\gamma_1+\gamma_2 t}))] + c$$

y despejando $P(t)$ se tiene que:

$$P(t) = e^{(K_{1,\beta}-K_{1,\mu}+K_{2,\beta}-K_{2,\mu})t}\ e^{-K_{2,\gamma}t}(1 + e^{\beta_1+\beta_2 t})^{\frac{-K_{2,\beta}}{\beta_2}}$$

$$(1 + {}^{\mu_1+\mu_2 t})^{\frac{K_{2,\mu}}{\mu_2}}\ (1+e^{\gamma_1+\gamma_2 t})^{\frac{K_{2,\gamma}}{\gamma_2}}\ e^{c}$$

Evaluando $P(t)$ cuando $t = O$ para encontrar las condiciones iniciales se tiene:

$$P(O) = (1 + e^{\beta_1})^{-\frac{K_{2,\beta}}{\beta_2}}\ (1 + e^{\mu_1})^{\frac{K_{2,\mu}}{\mu_2}}\ (1 + e^{\gamma_1})^{\frac{K_{2,\gamma}}{\gamma_2}}\ e^{c}$$

$$\therefore\ e^{c} = \frac{P(O)(1 + e^{\beta_1})^{\frac{K_{2,\beta}}{\beta^2}}}{(1 + e^{\mu_1})^{\frac{K_{2,\mu}}{\mu_2}}(1 + e^{\gamma_1})^{\frac{K_{2,\gamma}}{\gamma_2}}}$$

∴ el modelo expologístico abierto es:

$$P(t) = P(O).\frac{(1+e^{\beta_1})^{\frac{K_{2,\beta}}{\beta_2}}}{(1+e^{\mu_1})^{\frac{K_{2,\mu}}{\mu_2}}(1+e^{\gamma_1})^{\frac{K_{2,\gamma}}{\gamma_2}}} \cdot e^{(K_{1,\beta}-K_{1,\mu}+K_{2,\beta}-K_{2,\mu})t} \cdot e^{-K_{2,\gamma}t}$$

$$\cdot \frac{1}{(1+e^{\beta_1+\beta_2 t})^{\frac{K_{2,\beta}}{\beta_2}}} \cdot (1+e^{\mu_1+\mu_2 t})^{\frac{K_{2,\mu}}{\mu_2}} \cdot (1+e^{\gamma_1+\gamma_2 t})^{\frac{K_{2,\gamma}}{\gamma_2}}$$

Sustituyendo los valores estimados, se tiene:

$$P(t) = P(O).\frac{(1+e^{-2.953640})^{\frac{0.040}{0.045309}}}{(1+e^{-1.260490})^{\frac{0.026}{0.066173}}} \cdot \frac{1}{(1+e^{3.532815})^{\frac{0.004}{-0.112560}}}$$

$$\cdot e^{(0.010-0.004+0.040-0.026)t} \cdot e^{-0.004 \cdot t)}$$

$$\cdot \frac{1}{(1+e^{-2.953640+0.45309 \cdot t})^{\frac{0.040}{0.04530}}} \cdot (1+e^{-1.260490+0.066173t})^{\frac{0.026}{0.066173}}$$

$$\cdot (1+e^{3.532815-0.112560t})^{\frac{0.004}{-0.112560}}$$

A continuación se presentan los valores de cada una de las funciones que componen $P(t)$ y sus gráficas.

Cuadro 4

VALORES DE LAS FUNCIONES QUE COMPONEN $P(t)$

t	(1)	(2)	(3)
	$(1+e^{-2.953640})^{0.40/0.045309}$	$(1+e^{-1.260490})^{0.26/0.066173}$	$(1+e^{3.532815})^{0.004/-0.112560}$
0	1.04590101	1.10304129	0.88111439
10	1.04590101	1.10304129	0.88111439
20	1.04590101	1.10304129	0.88111439
30	1.04590101	1.10304129	0.88111439
40	1.04590101	1.10304129	0.88111439
50	1.04590101	1.10304129	0.88111439

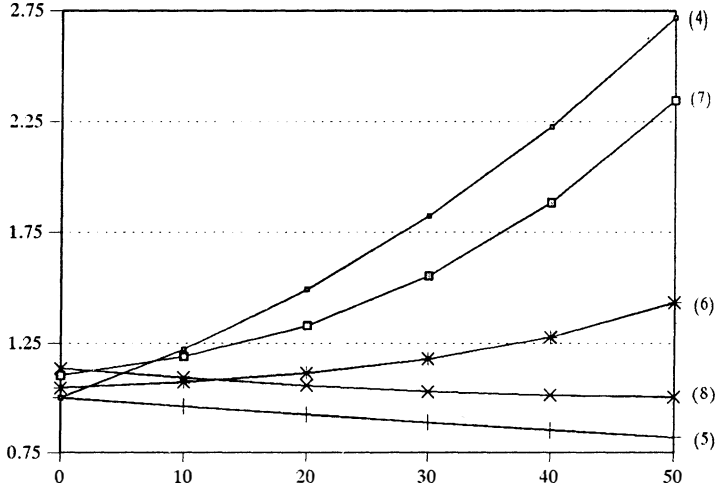
continúa...

Cuadro 4
(conclusión)

t	(4)	(5)	(6)
	$e^{0.02t} = e^{(0.010+0.040-0.004-0.026)t}$	$e^{-0.004t}$	$(1 + e^{-2.95364+0.045309t})^{0.04/0.045309}$
0	1.0	1.00000000	1.04590101
10	1.22140276	0.96078944	1.07208907
20	1.49182470	0.92311635	1.11311692
30	1.82211880	0.88692044	1.17725962
40	2.22554093	0.85214379	1.27724575
50	2.71828183	0.81873075	1.43249353

t	(7)	(8)
	$(1 + e^{-1.26049+0.066173t})^{0.026/0.066173}$	$(1 + e^{3.532815-0.112560t})^{0.004/0.112560}$
0	1.10304129	1.13492642
10	1.18775608	1.09265317
20	1.32964179	1.05574829
30	1.55265045	1.02789419
40	1.88213367	1.01149171
50	2.34527898	1.00413239

Gráfica 4
VALORES DE CADA UNA DE LAS FUNCIONES
DE P(t)



Al observar el cuadro 4 y la gráfica 4 es posible apreciar cómo la población $P(t)$ tiene entre sus componentes funciones en crecimiento (4, 6 y 7), una función que tiende a 1 (8) y otra que tiende asintóticamente a 0 (5). Mientras unas funciones se incrementan, otras detienen el crecimiento de $P(t)$.

SIMULACIÓN

Ahora vamos a proceder a la simulación de varios escenarios. La población del censo de 1940 fue de 19.6 millones que, proyectada al 30 de junio de ese año, da 19.8 millones de personas.

Con el propósito de utilizar la fórmula de $P(t)$ supondremos 6 posibles niveles de omisión para 1940 (punto de partida): 4%, 5%, 6%, 7%, 8% y 9%. Las poblaciones para los años de 1950, 1960, 1970, 1980 y 1990 quedan totalmente determinadas por la población inicial, es decir, por la población de 1940 (ver cuadro 5 y gráfica 5).

Cuadro 5

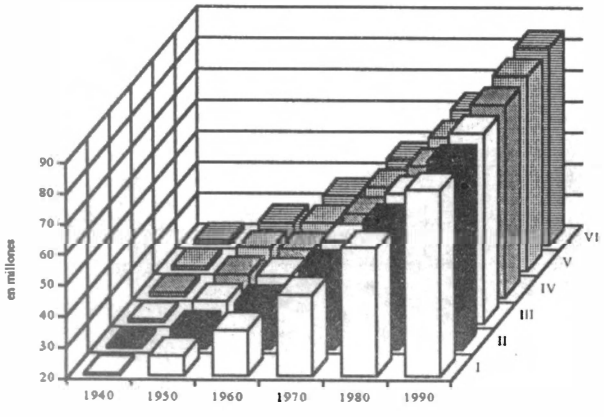
POBLACIÓN ESTIMADA A PARTIR DE LAS DIVERSAS HIPÓTESIS DE OMISIÓN DE LA POBLACIÓN DE 1940

t	Año	I	II	III	IV	V	VI
0	1940	20.6	20.8	21.0	21.2	21.4	21.6
10	1950	26.4	26.6	26.9	27.1	27.4	27.6
20	1960	34.5	34.9	35.2	35.5	35.9	36.2
30	1970	46.0	46.4	46.9	47.3	47.8	48.2
40	1980	61.2	61.8	62.4	63.0	63.6	64.2
50	1990	80.4	81.2	82.0	82.8	83.6	84.3

I) Se supone un 4% de omisión en la población de 1940.
II) Se supone un 5% de omisión en la población de 1940.
III) Se supone un 6% de omisión en la población de 1940.
IV) Se supone un 7% de omisión en la población de 1940.
V) Se supone un 8% de omisión en la población de 1940.
VI) Se supone un 9% de omisión en la población de 1940.

Gráfica 5

MÉXICO: POBLACIÓN ESTIMADA A PARTIR DE DIVERSAS HIPÓTESIS DE OMISIÓN DE LA POBLACIÓN DE 1940



ANÁLISIS DE RESULTADOS

Con el propósito de llevar a cabo un análisis de los resultados, presentaré una comparación de dichas estimaciones con los datos de la población censal proyectada al 30 de junio para los años de 1950, 1960, 1970, 1980 y 1990, derivados de los censos nacionales de población. En el cuadro 6 se presenta la población censal de 1940 a 1990 proyectada a mitad de año.

Cuadro 6

MÉXICO: POBLACIÓN DE 1940-1990

Año	Población (en millones)
1940	19.8
1950	25.8
1960	35.0
1970	48.9
1980	67.0
1990	81.7

FUENTE: Censos Generales de Población y Vivienda, 1940-1990.

Sobre la base de los datos censales de población y la población estimada con el modelo se han obtenido las diferencias absolutas y porcentuales de ambas estimaciones de población, mismas que se presentan en los cuadros 7 y 8.

Cuadro 7

DIFERENCIAS EN NÚMEROS ABSOLUTOS ENTRE LA POBLACIÓN CENSADA Y PROYECTADA AL 30 DE JUNIO Y LA POBLACIÓN ESTIMADA CON EL MODELO

(en millones)

(varias hipótesis)

Año	Subregistro de población en 1940					
	4%	5%	6%	7%	8%	9%
1940	−0.8	−1.0	−1.2	−1.4	−1.6	−1.8
1950	−0.6	−0.8	−1.1	−1.3	−1.6	−1.8
1960	+0.5	+0.1	−0.2	−0.5	−0.9	−1.2
1970	+2.9	+2.5	+2.0	+1.6	+1−1	+0.7
1980	+5.8	+5.2	+4.6	+4.0	+3.4	+2.8
1990	+1.3	+0.5	−0.3	−1.1	−1.9	−2.6

Cuadro 8

DIFERENCIAS PORCENTUALES ENTRE LA POBLACIÓN CENSADA Y PROYECTADA AL 30 DE JUNIO Y LA ESTIMADA CON EL MODELO (varias hipótesis)

Año	Subregistro de población en 1940					
	4%	5%	6%	7%	8%	9%
1940	-4.0	-5.0	-6.0	-7-0	-8.0	-9.0
1950	-2.3	-3.1	-4.3	-5.0	-6.2	-7.0
1960	+1.4	+0.3	-0.6	-1.4	-2.6	-3.4
1970	+5.9	+5.1	+4.1	+3.3	+2.2	+1.4
1980	+8.6	+7.8	+6.9	+6.0	+5.1	+4.2
1990	+1.6	+0.6	-0.4	-1.3	-2.3	-3.2

El signo negativo significa que la población censada es menor a la estimada, es decir, faltó población, y el signo positivo significa que la población censada es superior a la estimada, por lo que podría suponerse que la población censal está sobreestimada.

De acuerdo con los resultados observados en el cuadro para el año de 1990 podría señalarse que un 4% o 5% de omisión del censo de 1940 sería difícil de aceptar en la medida que la población censal de 1990 es superior a la estimada por el modelo. Asimismo, un porcentaje de omisión superior al 9% es también difícil de aceptar debido a que cifras tan elevadas no se han presentado en el pasado. Por tal motivo, se considera que los porcentajes de omisión del *5%, 7% y 8%* para el censo de 1940 serían los más factibles.

Al analizar este subconjunto de información se desprende que el censo de 1990 es el que tiene mayor cobertura y su omisión se encontraría por debajo de un 2.3%; algo semejante se observa en el censo de 1960. El censo de 1950 muestra una omisión entre el 4.3% y el 6.2%. Un hecho que es importante destacar es la sobreestimación del censo de 1980, la cual oscila entre 5.1% y 6.9%. También el censo de 1970 presenta un panorama similar, aunque en menor grado. La sobreestimación del censo de 1970 calculada con el modelo varía del 2.2% al 4.1 por ciento.

A la luz de estos resultados es posible concluir que el censo de 1990 es el de mayor cobertura entre todos los censos levantados en el último medio siglo y el procentaje estimado de omisión tendría que ser inferior al 2.3 por ciento.

Es importante señalar que estos resultados han sido obtenidos con base en un modelo matemático y pueden tener deficiencias. La realidad demográfica no sigue una ley tan precisa al ser un fenómeno influido por variables de diversa índole; sin embargo, sí nos da una idea de la magnitud de las diferencias entre los resultados del modelo y la realidad.

También es importante señalar que es un modelo agregado y hace falta introducir un elemento fundamental: la estructura por edad. Otro elemento que es importante destacar es la sensibilidad del modelo; pequeños cambios en la población de 1940 producen grandes diferencias posteriores. Sin embargo, en este

aspecto radica la importancia de los resultados del censo de 1990; fuertes diferencias de la población en 1940 producen pequeñas diferencias relativas entre los datos de población del último censo y los del modelo.

La bondad de un modelo general como el que se presenta es que permite tener una primera idea del proceso demográfico, y este modelo en particular resulta ser un instrumento importante para formalizar la teoría de la transición demográfica, evolución que han seguido y siguen los países. Al modificar los parámetros relacionados con el nivel de los componentes demográficos y la velocidad de cambio de cada uno, se está en posibilidad de conocer diferentes dinámicas de población que hubieran seguido los países, o la evolución que seguirán, con el propósito de establecer el rumbo que se desea en el corto, mediano y largo plazo en la dinámica de la población.

BIBLIOGRAFÍA

Keyfitz, Nathan, *Introducción a las matemáticas de la población*, Centro Latinoamericano de Demografía, Santiago de Chile, 1979.

Lotka, Alfred, *Teoría analítica de las asociaciones biológicas*, Centro Latinoamericano de Demografía, Santiago de Chile, 1969.

Ordorica, Manuel, "Ajuste de una función expologística a la evolución de la población total de México, 1930-1985", en *Demografía y desarrollo urbano*, vol. 5, núm. 3, El Colegio de México, México, 1991.